methodeEuler

Documents d'accompagnement
Algorithmique et programmation
nouveau programme du lycée 2019

1 Méthode d'Euler pour le calcul approché de primitives

1.1 Présentation

- **Voie et niveau de classe :**
- Technologique : Première (spécialité physique-chimie et mathématiques)
- **Référence au programme :**
- Spécialité physique-chimie et mathématiques de première technologique : *Construire différents points d'une approximation de courbe intégrale par la méthode d'Euler.*
- **Description de l'activité :** Cette activité permet aux élèves d'utiliser la méthode d'Euler pour obtenir des courbes approchées de primitives des fonctions $t \mapsto \frac{1}{t}$ et $t \mapsto \frac{1}{1+t^2}$. La méthode d'Euler est utilisée en physique.

1.2 Implémentation de la méthode

La fonction `Euler` prend en paramètres une fonction `f`, des flottants `a`, `Fa` et `b` et un entier `n`. Elle renvoie en sortie deux listes permettant de construire la courbe de la primitive de la fonction f prenant en a la valeur F_a, que l'on peut interpréter comme la solution de l'équation différentielle $y'(x) = f(x)$ vérifiant $y(a) = F_a$.

```
def Euler(f,a,Fa,b,n):
    dt = (b-a)/n
    listeEulerAbscisse = [a]
    listeEulerOrdonnee = [Fa]
    x = a
    y = Fa
    for i in range(n):
        x = x + dt
        y = y + f(x)*dt
        listeEulerAbscisse.append(x)
        listeEulerOrdonnee.append(y)
    return listeEulerAbscisse,listeEulerOrdonnee
```

Suggestions pédagogiques

- **Expliquer un programme**
- Que fait la fonction `Euler` ?
- Que représente `Fa` à la ligne 4 ?
- Que représente `dt` ?

- **Compléter un programme**

Le programme précédent étant fourni en remplaçant les lignes 4, 6, 8 et 9 par `listeEulerOrdonnee = [...]`, `y = ...`, `x = ...`, `y = ...`, demander aux élèves de compléter les lignes 4, 6, 8 et 9.

- **Écrire un programme**

Écrire la fonction `Euler`.

1.3 Définition des fonctions sur lesquelles on souhaite appliquer la méthode d'Euler

On applique la méthode d'Euler pour tracer les courbes approchées des primitives F et G des fonctions $f : t \mapsto \frac{1}{t}$ et $g : x \mapsto \frac{1}{1+t^2}$ vérifiant les conditions initiales $F(1) = 0$ et $G(0) = 0$.

```
def f(t):
    return 1/t

def g(t):
    return 1/(1+t**2)
```

Suggestions pédagogiques

- **Écrire un programme**

Écrire les fonctions informatiques `f` et `g` représentant les fonctions mathématiques f et g.

1.4 Représentation d'une primitive de la fonction $f : t \mapsto \frac{1}{t}$ par la méthode d'Euler

On souhaite maintenant représenter une approximation de la fonction F sur $[1, 10]$ pour 1000 itérations.

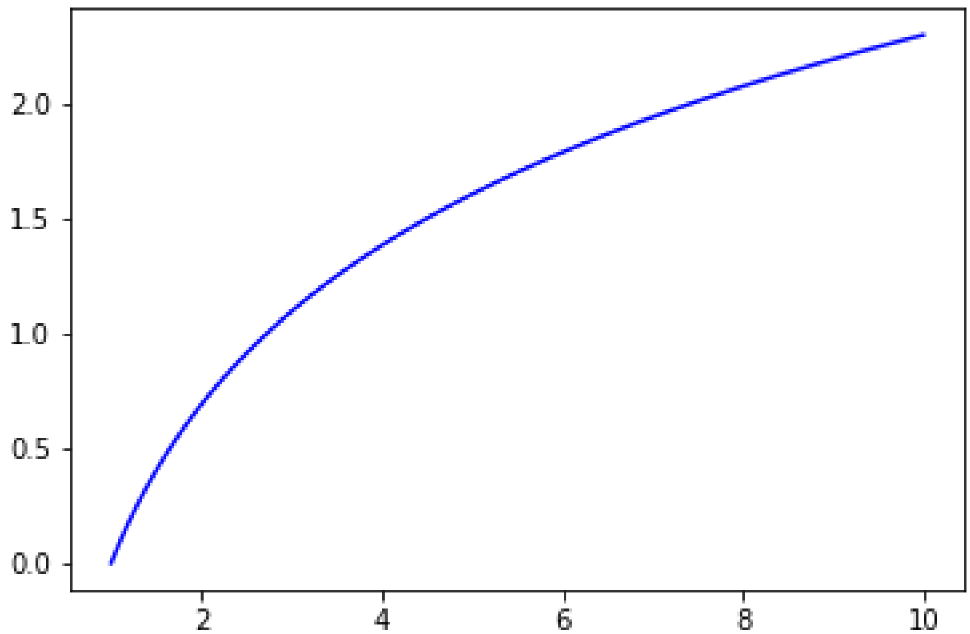
Importation de la bibliothèque graphique :

```
from matplotlib.pyplot import plot,show
```

```
n = 1000

X,Y = Euler(f,1,0,10,n)

plot(X,Y,'b')
show()
```



Suggestions pédagogiques

- **Compléter un programme**

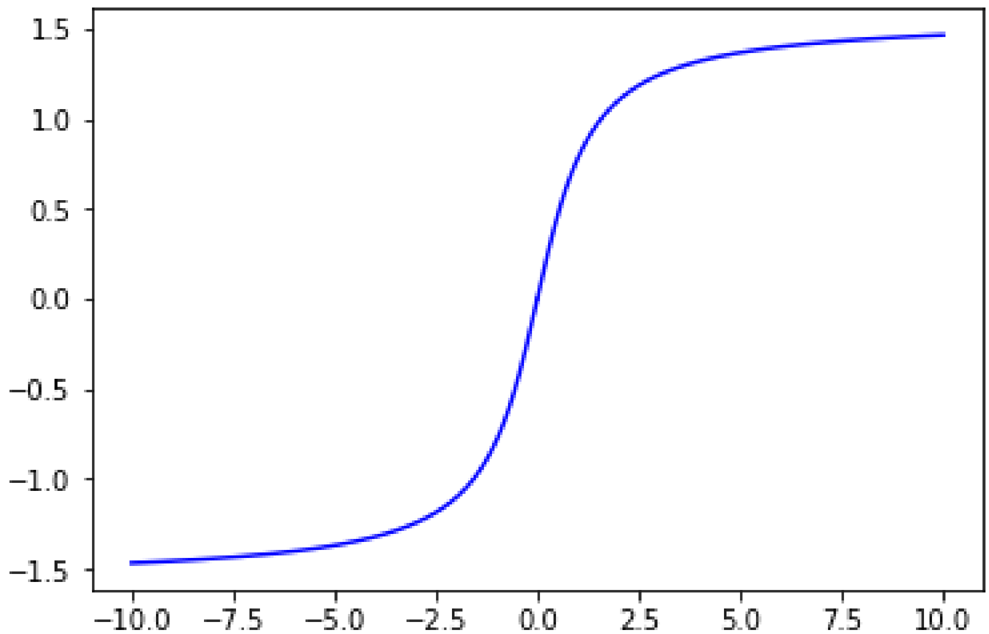
Le programme précédent étant fourni en remplaçant la ligne 3 par `X,Y = Euler(...)`, demander aux élèves de compléter la ligne 3.

1.5 Représentation d'une primitive de la fonction $g : t \mapsto \frac{1}{1+t^2}$ par la méthode d'Euler

Dans cette partie, on souhaite approcher la courbe de la primitive G de la fonction $g : t \mapsto \frac{1}{1+t^2}$ sur $[0, 10]$ vérifiant $G(0) = 0$. Il faut donc distinguer deux cas. Cette courbe va être construite en partant de 0 vers la droite puis vers la gauche. L'un avec un *dt* positif qui construira la courbe ńvers la droiteż et l'autre avec un *dt* négatif qui construire la fonction ńvers la gaucheż.

```
n = 1000

# dt positif de x=0 à x=2
X,Y = Euler(g,0,0,10,n)
plot(X,Y,'b')
# dt négatif de x=0 à x=-2
X,Y = Euler(g,0,0,-10,n)
plot(X,Y,'b')
show()
```



Suggestions pédagogiques

- **Expliquer un programme**
- Comment expliquer la symétrie de la courbe obtenue ?
- Distinguer la partie de la courbe liée à la ligne 5 de celle liée à la ligne 7.

1.6 Animation susceptible d'être présentée aux élèves

Cette animation permet de visualiser la construction approchée par la méthode d'Euler des primitives des fonctions $f : t \mapsto \frac{1}{t}$ et $g : x \mapsto \frac{1}{1+t^2}$ vérifiant les conditions initiales $F(1) = 0$ et $G(0) = 0$.

```
%matplotlib inline
import matplotlib.animation
from IPython.display import HTML
from matplotlib.pyplot import close,subplots
#ctes:
n =50
#Création des figures
fig, (ax1,ax2) = subplots(1, 2,figsize=(12, 6))
courbeEulerG, = ax2.plot([],[],'.-',color="#1e7fcb")
courbeEulerD, = ax2.plot([],[],'.-',color="#1e7fcb")
courbeEuler, = ax1.plot([],[],'.-',color="#C4151C")
#Réglage des axes
ax1.set_xlim(( 0.1, 40))
ax1.set_ylim(( 0, 6))
ax2.set_xlim(( -10, 10))
```

```
ax2.set_ylim(( -2, 2))

def init():
    global courbeEuler
    courbeEulerG.set_data([], [])
    courbeEulerD.set_data([], [])
    courbeEuler.set_data([], [])
    return (courbeEuler,)

def animate(i):
    global courbeEuler,courbeEulerG,courbeEulerD
    n = i+1
    listeX1,listeY1 = Euler(f,1,0,40,n)

    listeX2dte,listeY2dte = Euler(g,0,0,10,n)
    listeX2gch,listeY2gch = Euler(g,0,0,-10,n)

    courbeEulerG.set_data(listeX2gch,listeY2gch)
    courbeEulerD.set_data(listeX2dte,listeY2dte)
    courbeEuler.set_data(listeX1,listeY1)
    ax1.set_title('Primitive de $t \mapsto \dfrac{1}{t}$',y=1.02,color="#C4
    ax2.set_title('Primitive de $t \mapsto \dfrac{1}{1+t^2}$',y=1.02,color='
    return (courbeEuler,)

close ()
ani = matplotlib.animation.FuncAnimation(fig, animate, frames=n,init_func=i
# l'un ou l'autre
HTML(ani.to_jshtml())
#HTML(ani.to_html5_video())
```

```
Out[6]: <IPython.core.display.HTML object>
```